

# 物質科学解析 第2回 微分法

2009/4/8  
西田貴司 (@F511)

## 微分法を使う場合

1. 時間変化などの変化率を知りたい。  
ex. 速度=距離/時間、電流=電荷/時間
2. 極大、極小点を知りたい  
ex. 安定点、最小二乗法
3. 関数のn次曲線での近似  
ex. テーラー展開、マクローリン展開
4. 自然現象の記述と解析  
ex. 微分方程式

高木貞治: 解析概論 (岩波)

# 微分法を使う場合: 研究では?

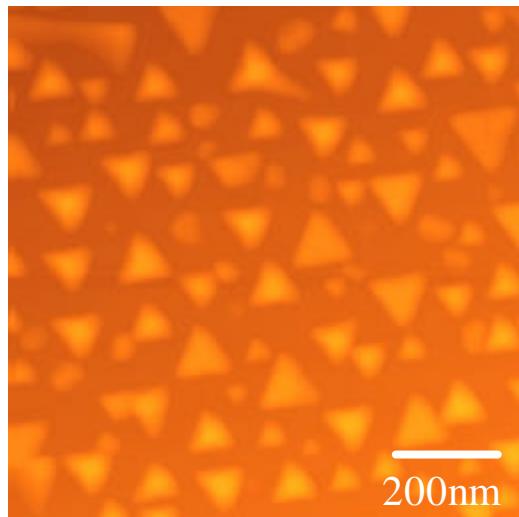
ex.1. 電子の有効質量  $m^*$

$$\frac{1}{m^*} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{d^2 E}{dk^2}$$

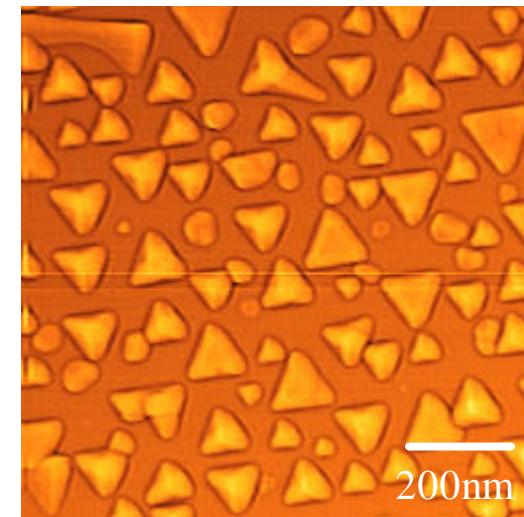
ex.2. 反応速度論  $A^k$  生成物

$$\frac{d[\text{生成物}]}{dt} = k[A]$$

ex.3. 数値微分(差分): 各種シミュレーション、画像処理

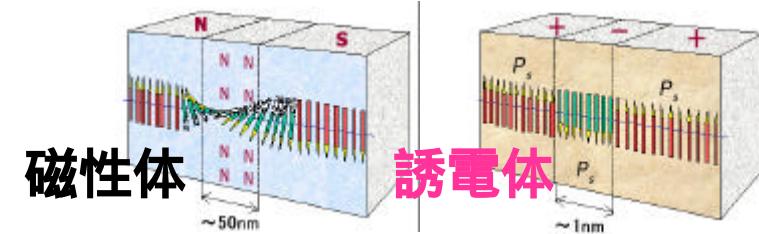


エッジ抽出  
(微分)  
粒径測定  
画像鮮明化

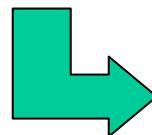
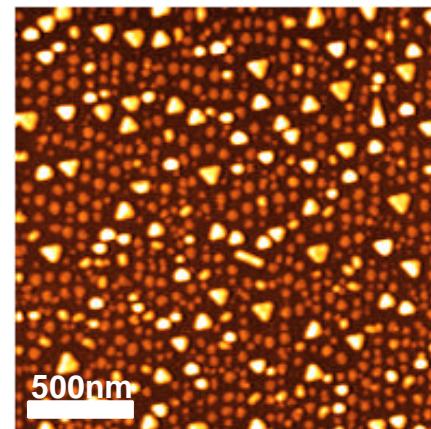
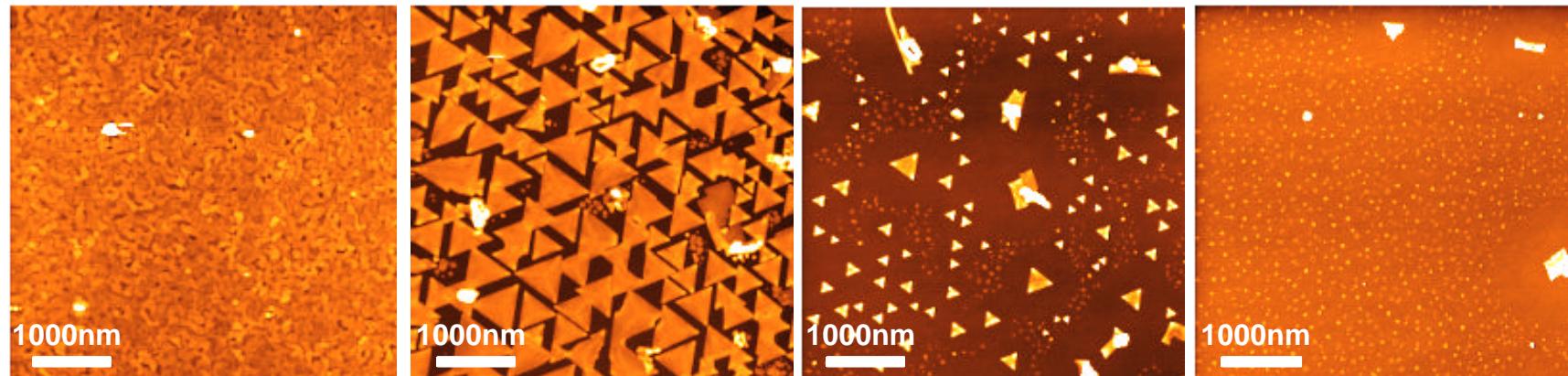


その他いろいろ。

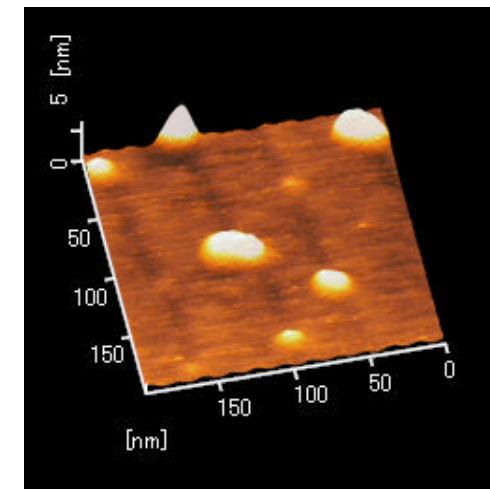
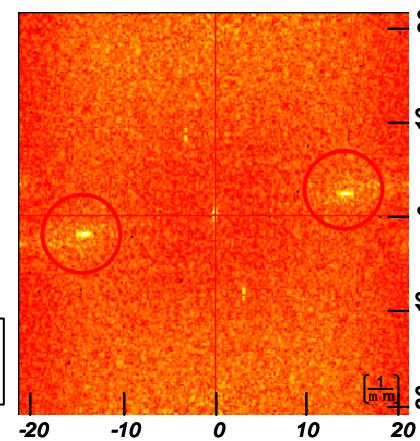
# AFM像の解析



メモリ材料(強誘電体)の超微細化(ナノ化)による超大容量化



FFT像



# 微分法を使う場合: 微分方程式

運動方程式

$$m\mathbf{a} = m \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = \mathbf{F}$$

電磁方程式

$$\frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z} = \nabla \bullet \mathbf{D} = r$$

$$\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = \nabla \bullet \mathbf{B} = 0$$

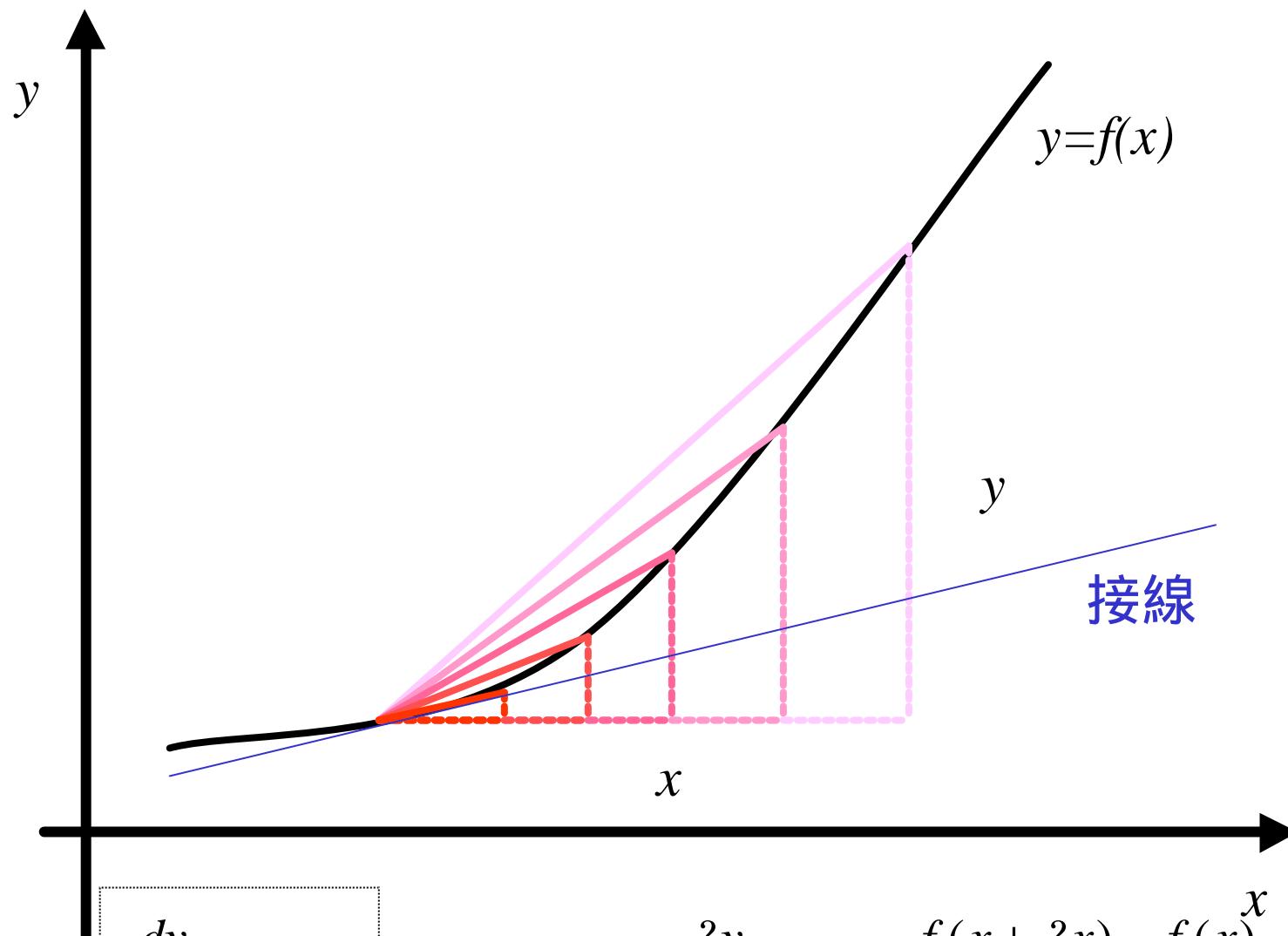
$$\nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{H} - \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = \mathbf{j}$$

シュレーディンガー方程式

$$i\hbar \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \mathbf{y}}{\partial x^2} + V(x) \mathbf{y}$$

# 微分とは？



$$\frac{dy}{dx} = y' = \dot{y} = f'(x) = \lim_{?x \rightarrow 0} \frac{?y}{?x} = \lim_{?x \rightarrow 0} \frac{f(x + ?x) - f(x)}{?x}$$

各種の表記

## 微分の具体例

●  $y = x^2$

$$y + ?y = (x + ?x)^2$$

$$?y = (x + ?x)^2 - x^2 = 2x \cdot ?x + ?x^2$$

$$\frac{?y}{?x} = 2x + ?x$$

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{?x \rightarrow 0} \frac{?y}{?x} = 2x$$

---

●  $y = x^3$

$$y + ?y = (x + ?x)^3 = x^3 + 3x^2 ?x + 3x \cdot ?x^2 + ?x^3$$

$$?y = 3x^2 ?x + 3x \cdot ?x^2 + ?x^3$$

$$\frac{?y}{?x} = 3x^2 + 3x \cdot ?x + ?x^2$$

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{?y}{?x} = 3x^2$$

---

演習

- (1)  $y = x^4$  (2)  $y = x^5$  (3)  $y = x^6$  (4)  $y = x^7$

解答

$$y = x^4$$

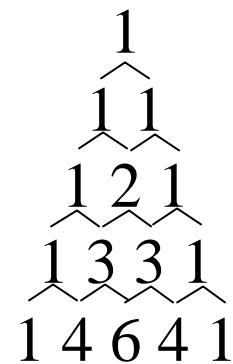
$$y = x^4$$

$$y + ?y = (x + ?x)^4 = x^4 + 4x^3 ?x + 6x^2 ?x^2 + 4x \cdot ?x^3 + ?x^4$$

$$?y = 4x^3 ?x + 6x^2 ?x^2 + 4x \cdot ?x^3 + ?x^4$$

$$\frac{?y}{?x} = 4x^3 + 6x^2 ?x + 4x \cdot ?x^2 + ?x^3$$

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{?y}{?x} = 4x^3$$



パスカルの三角形

## 微分の具体例

●  $y = x^n$

$$y + ?y = (x + ?x)^n = \sum_{r=0}^n {}_n C_r x^{n-r} ?x^r$$

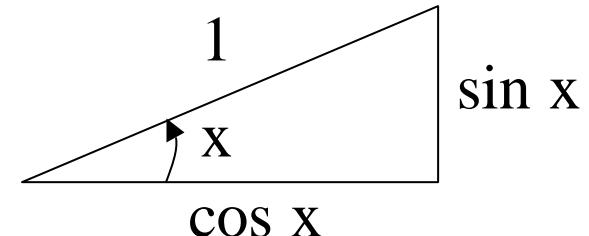
ただし  ${}_n C_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$ ,  ${}_n C_1 = \frac{n!}{(n-1)!} = n$

$$$\frac{?y}{?x} = {}_n C_1 x^{n-1} + {}_n C_2 x^{n-2} ?x + \dots$$$

$$\frac{dy}{dx} = {}_n C_1 x^{n-1} = nx^{n-1}$$

$$y = \sin x \quad \text{では} \quad y + ?y = \sin(x + ?x) = ?$$

三平方の定理から  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$   
 オイラーの公式  $e^{ix} = \cos x + i \cdot \sin x$   
 $\sin(-x) = -\sin x, \cos(-x) = \cos x$



$$e^{i(x+y)} = \cos(x+y) + i \cdot \sin(x+y) \quad \text{オイラー公式から..}$$

$$e^{i(x+y)} = e^{ix} e^{iy} \quad \text{指数法則から}$$

$$= (\cos x + i \cdot \sin x)(\cos y + i \cdot \sin y) \quad \text{オイラー公式から}$$

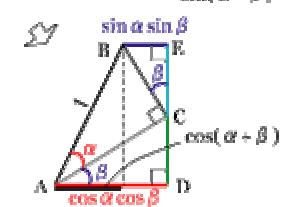
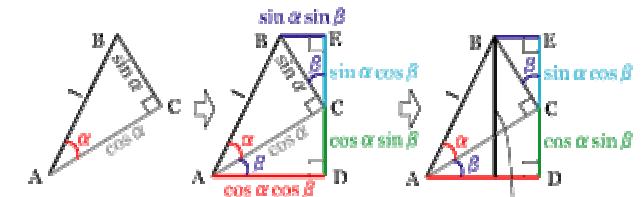
$$= \cos x \cos y - \sin x \sin y + i \cdot \sin x \cos y + i \cdot \cos x \sin y$$

$$= (\cos x \cos y - \sin x \sin y) + i \cdot (\sin x \cos y + \cos x \sin y)$$

と から加法定理が導出

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$



数学ナビゲーター

さらに

$$\sin(x-y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$$

$$\sin(x+y) - \sin(x-y) = 2 \cos x \sin y$$

$$\sin a - \sin b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}$$

$$\cos(x-y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$$

$$\cos(x+y) - \cos(x-y) = -2 \sin x \sin y$$

$$\cos a - \cos b = -2 \sin \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}$$

## 微分の具体例

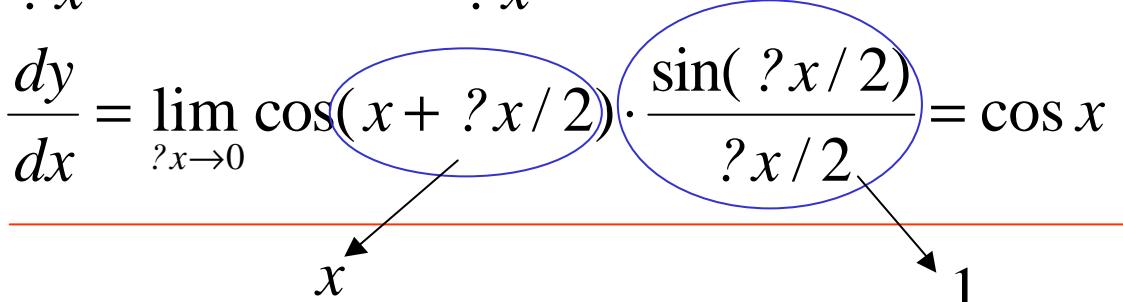
- $y = \sin x$

ただし  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

ロピタル定理 or  
 $\sin x < x < \tan x$  から  
(つまり  $\cos x < \sin x/x < 1$ )

$$?y = (y + ?y) - y = \sin(x + ?x) - \sin x = 2 \cos(x + \frac{?x}{2}) \sin(\frac{?x}{2})$$

$$\frac{?y}{?x} = \frac{2 \cos(x + ?x/2) \sin(?x/2)}{?x} = \cos(x + ?x/2) \cdot \frac{\sin(?x/2)}{?x/2}$$

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{?x \rightarrow 0} \cos(x + ?x/2) \cdot \frac{\sin(?x/2)}{?x/2} = \cos x$$


演習

$$y = \cos x$$

解答

$$y = \cos x$$

$$\Delta y = (y + \Delta y) - y = \cos(x + \Delta x) - \cos x = -2 \sin\left(x + \frac{\Delta x}{2}\right) \sin\left(\frac{\Delta x}{2}\right)$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{2 \sin(x + \Delta x / 2) \sin(\Delta x / 2)}{\Delta x} = -\sin(x + \Delta x / 2) \cdot \frac{\sin(\Delta x / 2)}{\Delta x / 2}$$

$$\frac{dy}{dx} = -\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sin(x + \Delta x / 2) \cdot \frac{\sin(\Delta x / 2)}{\Delta x / 2} = -\sin x$$

A horizontal red line segment connects the term  $\sin(x + \Delta x / 2)$  in the numerator to the term  $\sin(\Delta x / 2)$  in the denominator. Two arrows point from the ends of this red line to the terms  $x$  and  $1$  respectively, indicating the substitution of  $x$  for the first term and  $0$  for the second term as the limit is taken.

# 基本的な関数の微分

$y$	微分	$y'$	微分	$y''$	微分	$y^{(3)}$	微分	$y^{(4)}$
$x^n$		$nx^{n-1}$		$n(n-1)x^{n-2}$				
$\sin x$		$\cos x$		$-\sin x$		$-\cos x$		$\sin x$
$\cos x$		$-\sin x$		$-\cos x$		$\sin x$		$\cos x$
$e^x$		$e^x$		$e^x$		$e^x$		$e^x$
$\log x$		$1/x$		$-1/x^2$				

# 基本的な微分公式

## 関数の積

●  $y = f(x) \cdot g(x)$

$$\Delta y = (y + \Delta y) - y = f(x + \Delta x) \cdot g(x + \Delta x) - f(x) \cdot g(x)$$

$$= f(x + \Delta x) \cdot g(x + \Delta x) - f(x) \cdot g(x + \Delta x) + f(x) \cdot g(x + \Delta x) - f(x) \cdot g(x)$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x + \Delta x) \cdot g(x + \Delta x) - f(x) \cdot g(x + \Delta x)}{\Delta x} + \frac{f(x) \cdot g(x + \Delta x) - f(x) \cdot g(x)}{\Delta x}$$

$$= \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \cdot g(x + \Delta x) + f(x) \cdot \frac{g(x + \Delta x) - g(x)}{\Delta x}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{df(x)}{dx} g(x) + f(x) \frac{dg(x)}{dx} = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

## 合成関数

●  $y = f(u), u = g(x)$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx} = \frac{df(u)}{du} \cdot \frac{dg(x)}{dx}$$

## 逆関数

●  $x = f(y)$ , つまり  $y = f^{-1}(x)$

$$\frac{dx}{dy} = \frac{df(y)}{dy}$$

$$\frac{dy}{dx} = \left( \frac{dx}{dy} \right)^{-1}$$

## 微分公式の使用例

●  $y = \boxed{x^3} \sin x$

$$\begin{aligned}y' &= (x^3)' \sin x + x^3 (\sin x)' = 3x^2 \sin x + x^3 \cos x \\&= x^2(3 \sin x + x \cos x)\end{aligned}$$

...関数の積の微分

●  $y = \boxed{(x^2 + 1)^6}$

$$\begin{aligned}y' &= 6(x^2 + 1)^5 \cdot (x^2 + 1)' = 6(x^2 + 1)^5 \cdot 2x \\&= 12x(x^2 + 1)^5\end{aligned}$$

...合成関数の微分

●  $y = \sin^{-1} x = \arcsin x$ , つまり  $x = \sin y$

$$\frac{dx}{dy} = \cos y$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\cos y} = \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2 y}} = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$$

...逆関数の微分

注意:  
特に  $\sin^{-1} x$  は  $\arcsin$  を表す。  
 $\sin^{-1} x = 1/\sin x$

# 基本的な微分公式

関数の商

$$\bullet \quad y = \frac{f(x)}{g(x)} = f(x)\{g(x)\}^{-1}$$

$$y' = \frac{df(x)}{dx} \cdot \frac{1}{g(x)} + f(x) \frac{d\{1/g(x)\}}{dx}$$

$$= \frac{df(x)}{dx} \cdot \frac{1}{g(x)} + f(x) \cdot (-1) \cdot \frac{1}{\{g(x)\}^2} \cdot \frac{dg(x)}{dx}$$

$$y' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{\{g(x)\}^2}$$

---

使用例

$$\bullet \quad y = \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$y' = \frac{(\sin x)' \cos x - \sin x (\cos x)'}{\cos^2 x} = \frac{\cos x \cos x - \sin x (-\sin x)}{\cos^2 x}$$

$$y' = \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}$$

---

# 微分公式の使用例

演習

$$(1) \quad y = \cos x \cdot \log x$$

$$(2) \quad y = (x^2 + 3x - 5)^{10}$$

$$(3) \quad y = \cos^{-1} x$$

$$(4) \quad y = \frac{e^x}{\cos x}$$

## 解答

●  $y = \cos x \cdot \log x$

$$y' = (\cos x)' \cdot \log x + \cos x \cdot (\log x)' = -\sin x \cdot \log x + \cos x \cdot \frac{1}{x}$$

$$y' = -\sin x \cdot \log x + \frac{\cos x}{x}$$

---

●  $y = (x^2 + 3x - 5)^{10}$

$$y' = 10(x^2 + 3x - 5)^9 (x^2 + 3x - 5)'$$

$$y' = 10(x^2 + 3x - 5)^9 (2x + 3)$$

---

●  $y = \cos^{-1} x$

$$x = \cos y$$

$$\frac{dx}{dy} = -\sin y$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{\sin y} = -\frac{1}{\sqrt{1-\cos^2 y}} = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

---

## 解答

●  $y = \frac{e^x}{\cos x}$

$$y' = \frac{(e^x)' \cos x - e^x (\cos x)'}{\cos^2 x} = \frac{e^x \cos x + e^x \sin x}{\cos^2 x}$$

$$y' = e^x \cdot \frac{\cos x + \sin x}{\cos^2 x}$$

---

## その他の手法

対数微分法: 両辺のlogを取って微分

指数部にも $x$ があるときなどに利用

●  $y = x^x$ , ただし( $x > 0$ )

$$\log y = \log x^x = x \log x$$

$x < 0$ ではlog取れない

両辺を $x$ で微分

$$\frac{d(\log y)}{dy} \frac{dy}{dx} = \frac{d(x \cdot \log x)}{dx}$$

$$\frac{1}{y} \frac{dy}{dx} = (x)' \cdot \log x + x \cdot (\log x)' = \log x + 1$$

$$\frac{dy}{dx} = (\log x + 1) \cdot y = (\log x + 1)x^x$$

演習

$$y = x^{\sin x}, \text{ただし } x > 0$$

## 解答

- $y = x^{\sin x}$ , ただし( $x > 0$ )

$$\log y = \log x^{\sin x} = \sin x \log x$$

両辺を $x$ で微分

$$\frac{1}{y} \frac{dy}{dx} = \frac{d(\sin x \cdot \log x)}{dx}$$

$$\frac{1}{y} \frac{dy}{dx} = (\sin x)' \cdot \log x + \sin x \cdot (\log x)' = \cos x \log x + \frac{\sin x}{x}$$

$$\frac{dy}{dx} = \left( \cos x \log x + \frac{\sin x}{x} \right) x^{\sin x}$$

---

# 基本的な微分公式: まとめ

微分公式のくみあわせ

演習

$$y = x^3 e^{2x} \sin x$$

## 解答

$$y' = (x^3 e^{2x} \sin x)'$$

$\downarrow (fg)' = f'g + fg'$  積の微分

$$y' = (x^3)'(e^{2x} \sin x) + x^3(e^{2x} \sin x)'$$

$\downarrow (fg)' = f'g + fg'$  積の微分

$$y' = (x^3)'(e^{2x} \sin x) + x^3(e^{2x})' \sin x + x^3 e^{2x} (\sin x)'$$

$\downarrow (x^3)' = 3x^2$  三角関数の微分  $(\sin x)' = \cos x$

$$y' = 3x^2 e^{2x} \sin x + x^3(e^{2x})' \sin x + x^3 e^{2x} \cos x$$

$\downarrow$  合成関数の微分  $(f(g(x)))' = (df(u)/du)(g(x)/dx)$

$u = 2x$

$$y' = 3x^2 e^{2x} \sin x + x^3 \frac{de^{(2x)}}{d(2x)} (2x)' \sin x + x^3 e^{2x} \cos x$$

$\downarrow (e^x)' = e^x$  指数関数の微分

$$y' = 3x^2 e^{2x} \sin x + 2x^3 e^{2x} \sin x + x^3 e^{2x} \cos x$$

# 高階微分、偏微分

- 高次の微分

$$\frac{d^2 f(x)}{dx^2} = \frac{d}{dx} \left( \frac{df(x)}{dx} \right) = f''$$

- 微分演算子:  $D, s, p, iw$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} y = Dy \neq yD \quad (\text{交換則は使えない})$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = D^2 y$$

- 偏微分

例:  $f = x^2 + 2xy^2 + y^4 + 1$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 2x + 2y^2$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = 4xy + 4y^3$$

# ベクトル微分

## ●ベクトル微分演算子

grad  $V$  (gradient 勾配), div  $\mathbf{E}$  (divergence 発散), rot  $\mathbf{E}$  (rotation 回転)

$$\cdot \text{grad } V = \left( \frac{\partial V}{\partial x}, \frac{\partial V}{\partial y}, \frac{\partial V}{\partial z} \right) = \nabla V$$

$$\cdot \text{div } \mathbf{E} = \left( \frac{\partial E_x}{\partial x}, \frac{\partial E_y}{\partial y}, \frac{\partial E_z}{\partial z} \right) = \cdot \mathbf{E}$$

$$\cdot \text{rot } \mathbf{E} = \left( \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z}, \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x}, \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right)$$

$$= \times \mathbf{E}$$

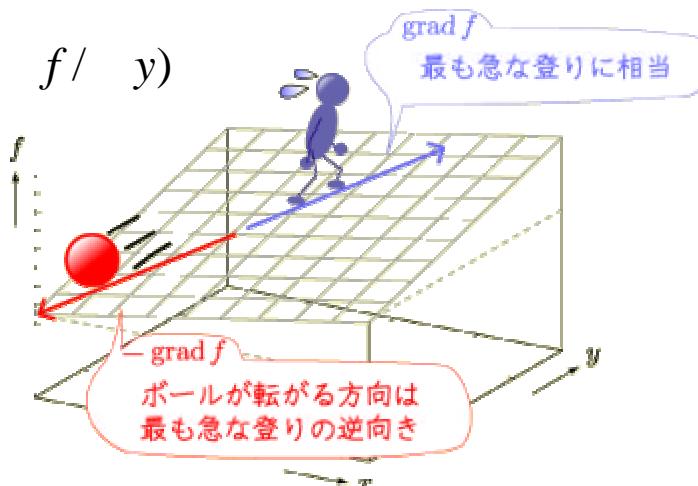
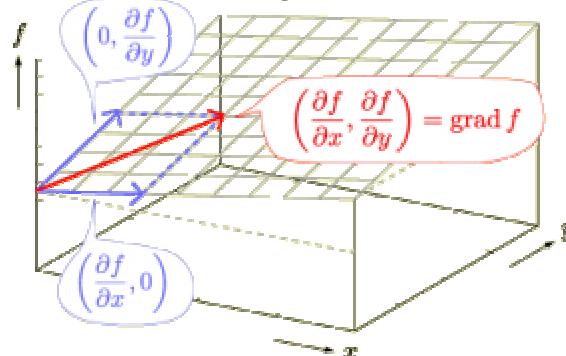
ただし  $= \left( \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$  (ナブラ)

$$\cdot \text{div grad } V = \left( \frac{\partial^2 V}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 V}{\partial y^2}, \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \right)$$

$$= \cdot V = \nabla^2 V = V \quad (\text{ラプラシアン})$$

ベクトルの積(スカラー積、ベクトル積)については第4回

意味: 2次元の場合:  $\text{grad } f = \left( \frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y} \right)$



div, rot の意味については長沼「物理数学の直観的方法」など

# テイラー展開、マクローリン展開 概要

- 下式のようなべき級数を仮定する

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \cdots + a_nx^n + \cdots$$

微分

$$f' = a_1 + 2a_2x + 3a_3x^2 + \cdots + na_nx^{n-1} + \cdots$$

微分

$$f'' = 2a_2 + 2 \cdot 3a_3x + \cdots + n(n-1)a_nx^{n-2} + \cdots$$

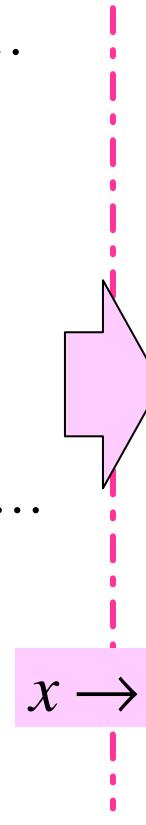
微分

$$f''' = 1 \cdot 2 \cdot 3a_3 + \cdots + n(n-1)(n-2)a_nx^{n-3} + \cdots$$

微分

$$f^{(n)} = n(n-1)(n-2)\cdots 1a_n + \cdots$$

$$= n!a_n + \cdots$$



$$f(0) = a_0$$

$$f'(0) = a_1$$

$$f''(0) = 2a_2$$

$$f'''(0) = 3 \cdot 2a_3$$

$$f^{(n)}(0) = n!a_n$$

微分して0を入れると  
べき級数の係数  $a_n$  が求まる

- 関数  $f(x)$  をべき級数に置き換えることができる。

$$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1}x + \frac{f''(0)}{1 \cdot 2}x^2 + \frac{f'''(0)}{1 \cdot 2 \cdot 3}x^3 + \cdots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + \cdots$$

近似式が求まる。 (1) 計算可能 (2) 近似値 <sup>25</sup>

# テイラー展開、マクローリン展開

例

●  $f(x) = \sin x$

$$f(x) = \sin x$$

$$f(0) = 0$$

$$f'(x) = \cos x$$

$$f'(0) = 1$$

$$f''(x) = -\sin x$$

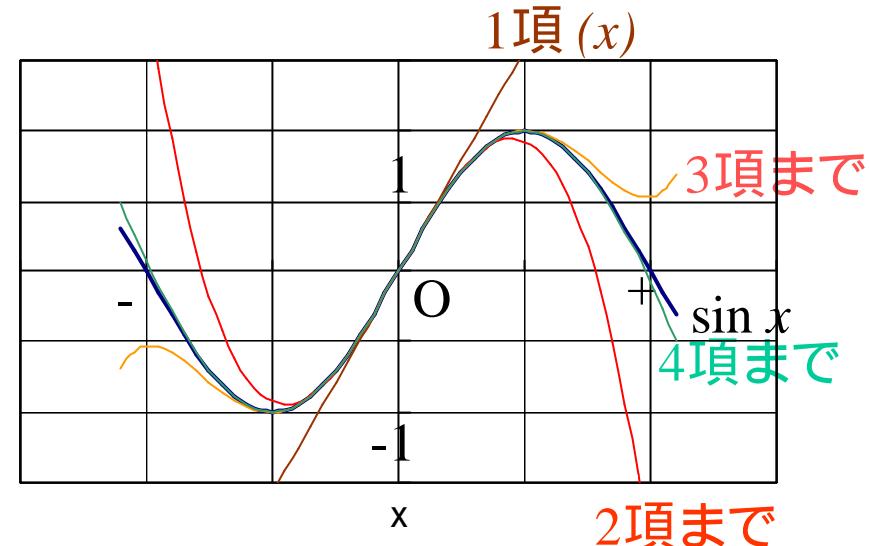
$$f''(0) = 0$$

$$f'''(x) = -\cos x$$

$$f'''(0) = -1$$

$$f^{(4)}(x) = \sin x$$

$$f^{(4)}(0) = 0$$



$$f^{(n)}(0) = \begin{cases} 0 & (\text{偶数の場合}) \\ (-1)^{(n-1)/2} = \frac{i^n}{i} & (\text{奇数の場合}) \end{cases}$$

虚数単位  $i$   
 $i^2 = -1$

$$f(x) = \sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \cdots + (-1)^{n-1/2} \frac{x^n}{n!} + \cdots \quad (n=1,3,5,7,\dots)$$

$$= x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \cdots + \frac{1}{i} \frac{(ix)^n}{n!} + \cdots \quad (n=1,3,5,7,\dots)$$

演習

(1)  $f(x) = \cos x$     (2)  $f(x) = e^x$

## 解答

●  $f(x) = \cos x$

$$f(x) = \cos x$$

$$f(0) = 1$$

$$f'(x) = -\sin x$$

$$f'(0) = 0$$

$$f''(x) = -\cos x$$

$$f''(0) = -1$$

$$f'''(x) = \sin x$$

$$f'''(0) = 0$$

$$f^{(4)}(x) = \cos x$$

$$f^{(4)}(0) = 1$$

$$f^{(n)}(0) = \begin{cases} (-1)^{n/2} = i^n & (\text{偶数の場合}) \\ 0 & (\text{奇数の場合}) \end{cases}$$

$$f(x) = \cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \cdots + (-1)^{n/2} \frac{x^n}{n!} + \cdots \quad (n=0,2,4,6,\dots)$$

$$= 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \cdots + \frac{(ix)^n}{n!} + \cdots$$

## 解答

- $f(x) = e^x$

$$f(x) = e^x \qquad f(0) = 1$$

$$f'(x) = e^x \qquad f'(0) = 1$$

$$f''(x) = e^x \qquad f''(0) = 1$$

$$f'''(x) = e^x \qquad f'''(0) = 1$$

$$f^{(4)}(x) = e^x \qquad f^{(4)}(0) = 1$$

$$f^{(n)}(0) = 1$$

$$f(x) = e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} + \cdots \quad (n=1,2,3,4, \dots)$$

## テイラー展開、マクローリン展開 オイラーの公式

- $\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \cdots + \frac{1}{i} \frac{(ix)^n}{n!} + \cdots$

$$i \cdot \sin x = ix + \frac{(ix)^3}{3!} + \frac{(ix)^5}{5!} + \frac{(ix)^7}{7!} + \cdots + \frac{(ix)^n}{n!} + \cdots \quad (n=1,3,5,7,\dots)$$

- $\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \cdots + \frac{(ix)^n}{n!} + \cdots \quad (n=0,2,4,6,\dots)$

- $e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} + \cdots \quad (n=1,2,3,4, \dots)$

$$e^{ix} = 1 + \frac{ix}{1!} + \frac{(ix)^2}{2!} + \frac{(ix)^3}{3!} + \frac{(ix)^4}{4!} + \cdots + \frac{(ix)^n}{n!} + \cdots$$

オイラーの公式

$$e^{ix} = \cos x + i \cdot \sin x$$

# 数式処理ソフトウェアによる微分、微分方程式

## 数式処理ソフトウェア

- Mathematica (Wolfram research社)

- ・高機能、高価

- ・ITC共用パソコンに入っています。

- MAPLE (Maple soft社)

- ・高機能、高価

- MuPAD (Sciface Software社)

- ・安価

- Maxima

- ・オープンソース GPL

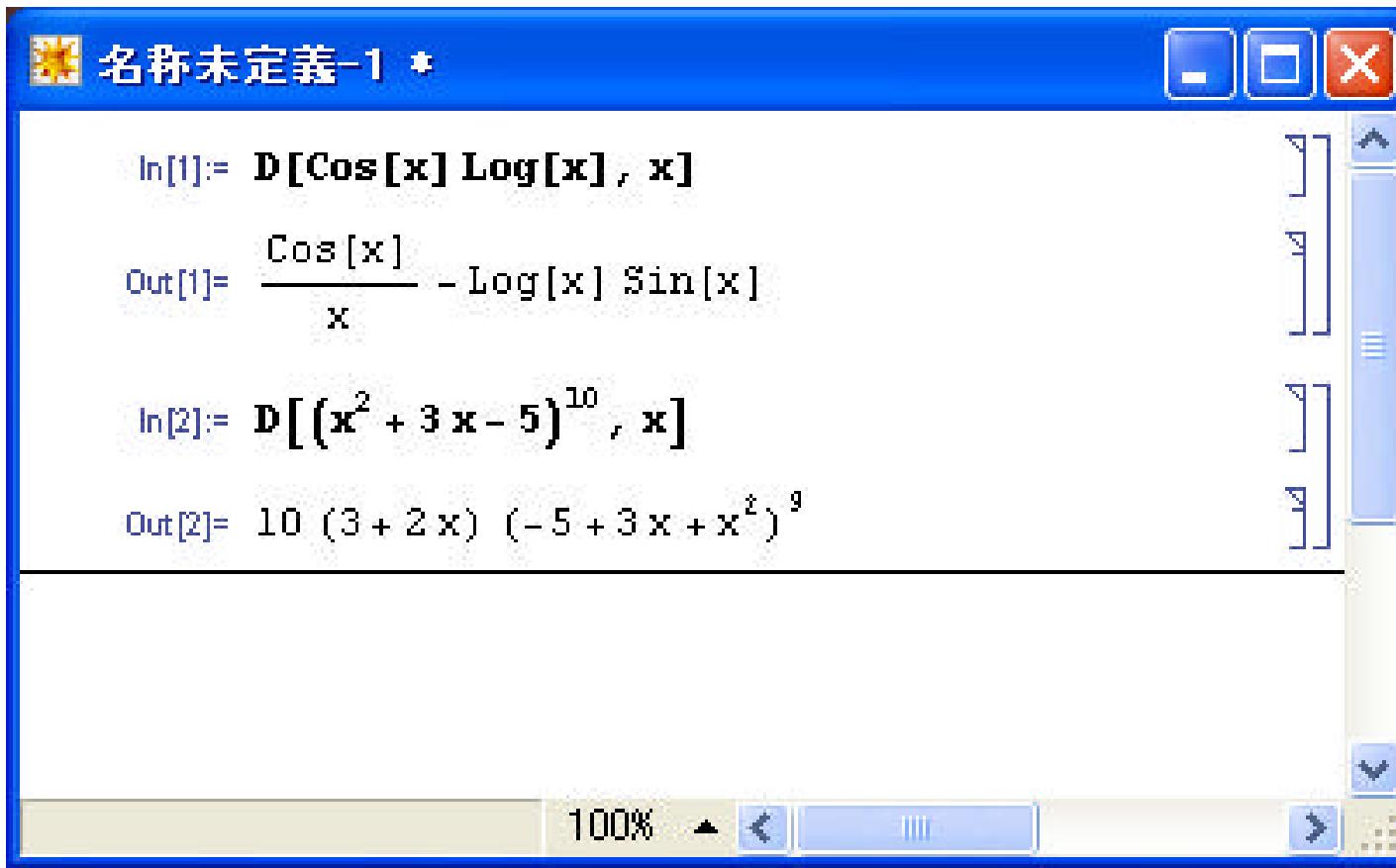
ぐわしくはこちら <http://www.bekkoame.ne.jp/~ponpoko/Math/Math.html>

- 数式処理電卓 (TI社 TI-89 titanium, Voyage200など)

- ・安価、携帯型

# 数式処理ソフトウェアによる微分

Mathematicaで微分の計算



The screenshot shows a Mathematica notebook window with a blue title bar labeled "名称未定義-1 \*". The main area contains two input and output pairs:

```
In[1]:= D[Cos[x] Log[x], x]
Out[1]= -Cos[x]/x + Log[x] Sin[x]
```

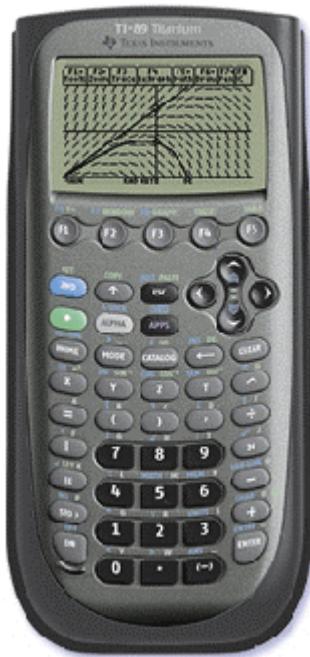
  

```
In[2]:= D[(x^2 + 3 x - 5)^10, x]
Out[2]= 10 (3 + 2 x) (-5 + 3 x + x^2)^9
```

The notebook interface includes standard window controls (minimize, maximize, close) at the top right, and a vertical scroll bar on the right side. The bottom of the window features a toolbar with icons for zooming and navigating between cells.

# 数式処理電卓による微分

## TI-89 titaniumで微分の計算



http://www.naoco.com - 数式処理機能 - 導関数 < Naoco & TI > - Mozilla Firefox

### 導関数

*d* 機能は、導関数を求めます。  
入力文法は、  
 $d$  (関数, 変数, 階数)  
で、この後に | (with 機能) を使って変数の値を指定すれば、導関数の値、すなわち微分係数が求められます。  
 $y$  を  $x$  で微分すれば、 $y$  は定数とみなされます。 $y(x)$  とすると、 $y$  は  $x$  の関数とみなされます。

■ ギリシャ文字  $\alpha$  は、**2nd[CHAR]** を押し、  
1:Greek を選び、1: $\alpha$  を選択します。  
または、**2nd[GA]** と入力します。  
sign ( $a$ ) は、 $a$  の符号 (+, -) を表します。

(c) Copyright 2001 Naoco Inc

close [X]

完了

F1:  $f(x)$  F2:  $f'(x)$  F3:  $f''(x)$  F4:  $f'''(x)$  F5:  $f^{(4)}(x)$  F6:  $f^{(5)}(x)$

Algebra Calc Other PrgmIO Clean Up

$\frac{d}{dx}(\sqrt{1 + f(x)})$   $\frac{d}{dx}(f(x))$   
 $\frac{d}{dy}\left(\frac{d}{dx}(x^3 \cdot y^2)\right)$   $2 \cdot \sqrt{f(x)} + 1$   
 $d(d(x^3 \cdot y^2), x, y)$   $6 \cdot y \cdot x^2$

MAIN RAD AUTO PAR 2/30

# Excelによる数値微分

電位:  $V$

電界:  $E = -\nabla V$

電荷:  $\rho = \nabla \cdot E = -\nabla^2 V$

電荷=0の真空:  $\nabla^2 V = 0$  (ラプラス方程式)

$V(-1,-1)$	$V(0,-1)$	$V(+1,-1)$
$V(-1,0)$	$V(0,0)$	$V(+1,0)$
$V(-1,+1)$	$V(0,+1)$	$V(+1,+1)$

差分近似:  $V @ (0,0) = \{V(-1,0) + V(+1,0) + V(0,-1) + V(0,+1)\}/4$

